condestable@iescondestable.es

Control nº 1 – LOS NÚMEROS REALES **Fecha: 08/10/10**

Nombre y apellidos:____Curso: 1º A-B BACH CC.SS.

1. Opera de manera exacta, pasando a fracción, la siguiente expresión decimal: (1 punto)

$$0{'}\overline{12} - 1{'}1 \cdot (1{'}\overline{1} - 0{'}0\overline{20}) =$$

2. Dados los conjuntos reales:

$$A = \{\, x \in R \,/\, -2 < x \leq 3 \} \qquad B = E[-2,\ 2] \qquad C = \{\, x \in R \,/\, -5 \leq x \} \qquad D = E(-3,\ 5)$$

Contesta a las siguientes cuestiones:

a) Representa y escribe como intervalo al conjunto A. (0´5 puntos)
b) Expresa como intervalo y representa el conjunto B (0´5 puntos)
c) Representa y expresa algebraicamente R – C (0´5 puntos)
d) Calcula el intervalo que corresponde al conjunto $A \cap B$ (1 punto)
e) Calcula el intervalo que corresponde al conjunto $C \cup D$ (1 punto)

3. Contesta a las siguientes cuestiones:

a) Elimina el valor absoluto en la siguiente expresión $|5-15x|-2x$ (0´5 puntos)
b) Cuanto vale $|5-15x|-2x$ para los valores x = – 2 y x = 2/3. (0´5 puntos)

4. Acota el error absoluto y relativo que se comete al utilizar la aproximación con tres cifras significativas en vez del valor exacto del número áureo $\Phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. (1 punto)

5. Calcula mediante notación científica con dos cifras significativas: $\dfrac{12913251875 \cdot 403409709}{163535623098066698}$.(1 punto)

6. Calcula mediante el método de aproximaciones sucesivas, con tres cifras exactas el valor $5^{\sqrt{5}}$. (1 punto)

7. Determina todas las soluciones de los siguientes números radicales: (1 punto)

$$a)\ \sqrt[4]{\frac{1}{16}} \qquad b)\ \sqrt[6]{-64} \qquad c)\ \sqrt[3]{-125} \qquad d)\ \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$$

8. Extrae todos los factores en los siguientes radicales: (0´25 + 0´25 puntos)

$$a)\ \sqrt[3]{48} \qquad b)\ \sqrt{\frac{27}{50}}$$

SOLUCIONES DEL CONTROL

1. Opera de manera exacta, pasando a fracción, la siguiente expresión decimal: **(1 punto)**

$$0'\overline{12} - 1'1 \cdot (1'\overline{1} - 0'0\overline{20}) =$$

Solución.

Pasando a la correspondiente fracción generatriz:

$$0'\overline{12} - 1'1 \cdot (1'\overline{1} - 0'0\overline{20}) = \frac{12-0}{99} - \frac{11}{10} \cdot \left(\frac{11-1}{9} - \frac{20-0}{990} \right) = \frac{12}{99} - \frac{11}{10} \cdot \left(\frac{10}{9} - \frac{20}{990} \right) = \frac{4}{33} - \frac{11}{10} \cdot \left(\frac{10}{9} - \frac{2}{99} \right) =$$

$$= \frac{4}{33} - \frac{11}{10} \cdot \left(\frac{110}{99} - \frac{2}{99} \right) = \frac{4}{33} - \frac{11}{10} \cdot \left(\frac{108}{99} \right) = \frac{4}{33} - \frac{11}{10} \cdot \left(\frac{12}{11} \right) = \frac{4}{33} - \frac{12}{10} = \frac{4}{33} - \frac{6}{5} = \frac{20}{165} - \frac{198}{165} = -\frac{178}{165} = -1'0\overline{78}$$

2. Dados los conjuntos reales:

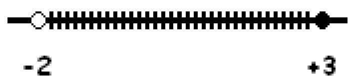
$A = \{ x \in R \ / -2 < x \leq 3 \}$ $B = E[-2,\ 2]$ $C = \{ x \in R \ / -5 \leq x \}$ $D = E(-3,\ 5)$

Contesta a las siguientes cuestiones:

a) **Representa y escribe como intervalo al conjunto A.** **(0´5 puntos)**

Solución.

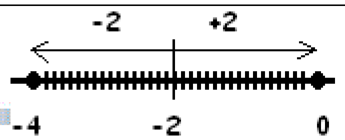
Se trata de un intervalo semiabierto. El intervalo que lo designa y su representación son:

Intervalo	Representación
$(-2, 3]$	

b) **Expresa como intervalo y representa el conjunto B** **(0´5 puntos)**

Solución.

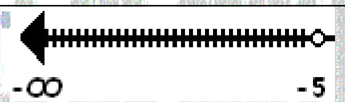
Se trata de un entorno cerrado. Las desigualdades, el intervalo que lo designa y su representación son:

Desigualdades	**Intervalo**	**Representación**
$B = \{ x \in R \,/\, -4 \le x \le 0 \}$	$[-4, 0]$	

c) **Representa y expresa algebraicamente R – C** **(0´5 puntos)**

Solución.

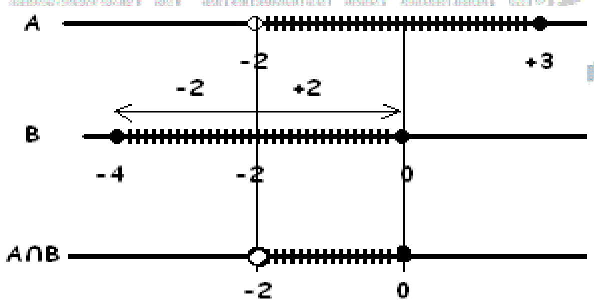
Se trata de tomar el conjunto complementario de C, es decir, todos los reales que no pertenezcan a C.

Desigualdades	**Intervalo**	**Representación**
$R - C = \{ x \in R \,/\, x < -5 \}$	$(-\infty, -5)$	

d) **Calcula el intervalo que corresponde al conjunto** $A \cap B$ **(1 punto)**

Solución.

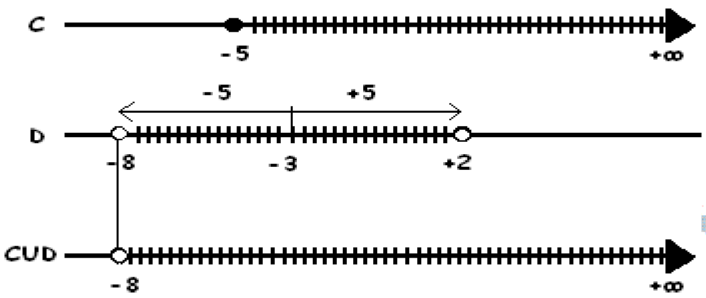
Mediante la representación de A y B llegamos a que el conjunto intersección (al que pertenecen todos los reales que están en A y B a la vez) es $A \cap B = (-2,\ 0]$



e) **Calcula el intervalo que corresponde al conjunto** $C \cup D$ **(1 punto)**

Solución.

Mediante la representación de C y D llegamos a que el conjunto unión (al que pertenecen todos los reales que están en C o D) es $C \cup D = (-8,\ +\infty)$.



3. Contesta a las siguientes cuestiones:

a) Elimina el valor absoluto en la siguiente expresión $|5-15x|-2x$ **(0´5 puntos)**

Solución

Como 5 – 15x = 0 tiene como solución:

$$5-15x=0 \quad \Leftrightarrow \quad 5=15x \quad \Leftrightarrow \quad x=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$$

entonces, como x = 1, que es mayor que 1/3, es tal que sustituido en el valor absoluto varía su signo:

$$|\,3-6\cdot(1)\,|=|\,3-6\,|=|\,-3\,|=3$$

la operación $|3-6x|-x$ se puede expresar del siguiente modo:

$$|\,5-15x\,|-2x=\begin{cases} -(5-15x)-2x & si \quad \frac{1}{3}\le x \\ +(5-15x)-2x & si \quad x<\frac{1}{3} \end{cases}$$

Es decir,

$$|\,5-15x\,|-2x=\begin{cases} 13x-5 & si \quad \frac{1}{3}\le x \\ -17x+5 & si \quad x<\frac{1}{3} \end{cases}$$

b) Cuanto vale $|5-15x|-2x$ **para los valores x = – 2 y x = 2/3.** **(0´5 puntos)**

Solución

Mediante la expresión anterior podemos calcular fácilmente

$$x=-2 \quad \Rightarrow \quad |5-15\cdot(-2)|-2\cdot(-2)=-17\cdot(-2)+5=34+5=39$$

$$x=\frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \left|5-15\cdot\frac{2}{3}\right|-2\cdot\frac{2}{3}=13\cdot\left(\frac{2}{3}\right)-5=\frac{26}{3}-5=\frac{26}{3}-\frac{15}{3}=\frac{11}{3}$$

4. Acota el error absoluto y relativo que se comete al utilizar la aproximación con tres cifras significativas en vez del valor exacto del número áureo $\Phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$**.** **(1 punto)**

Solución

El valor real del número aúreo es $\Phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1{,}6180339887498948482045868343656\ldots$

Por tanto, la aproximación con tres cifras significativas es 1´61 (no redondeamos porque no lo han pedido).

Para calcular la cota del error absoluto hacemos:

$$E_a=|Valor\ \ verdadero-Aproximación|=|\Phi-1'61|<0{,}0080339887\ldots<0'009=9\cdot10^{-3}$$

Para la cota del error relativo hacemos:

$$E_r=\frac{E_a}{Valor\ verdadero}<\frac{Cota\ superior\ de\ E_a}{Aprox\ por\ defecto}<\frac{9\cdot10^{-3}}{1'61}=0{,}0049900512415=4'9900551415\cdot10^{-3}<0'005$$

5. Calcula mediante notación científica con dos cifras significativas: $\frac{12913251875\cdot403409709}{163535623098066698}$ **.** **(1 punto)**

Solución.

Pasando cada número a notación científica mediante dos cifras significativas (contando dos a partir de la primera distinta de cero) y utilizando las propiedades de las potencias:

$$\frac{12913251875\cdot403409709}{163535623098066698}=\frac{1'2\cdot10^{+10}\cdot4'0\cdot10^{+8}}{1'6\cdot10^{+17}}=\frac{1'2\cdot4}{1'6}\cdot10^{10+8-17}=3\cdot10=30$$

6. Calcula mediante el método de aproximaciones sucesivas, con tres cifras exactas el valor de $5^{\sqrt{5}}$. (1 punto)

Solución

Puesto que $\sqrt{5} = 2{,}236067977499789696409173668731\,3...$ entonces:

- $2 < \sqrt{5} < 3$ lo que implica que $5^2 < 5^{\sqrt{5}} < 5^3$, es decir, $25 < 5^{\sqrt{5}} < 125$
- $2'2 < \sqrt{5} < 2'3$ lo que implica que $5^{2'2} < 5^{\sqrt{5}} < 5^{2'3}$, es decir, $34{,}493... < 5^{\sqrt{5}} < 40{,}516...$
- $2'23 < \sqrt{5} < 2'24$ lo que implica que $5^{2'23} < 5^{\sqrt{5}} < 5^{2'24}$, es decir, $36{,}199... < 5^{\sqrt{5}} < 36{,}786...$
- $2'236 < \sqrt{5} < 2'237$ lo que implica que $5^{2'236} < 5^{\sqrt{5}} < 5^{2'237}$, es decir, $36{,}550... < 5^{\sqrt{5}} < 36{,}609...$
- $2'2360 < \sqrt{5} < 2'2361$ lo que implica que $5^{2'236} < 5^{\sqrt{5}} < 5^{2'2361}$, es decir, $36{,}550... < 5^{\sqrt{5}} < 36{,}556...$.

Por tanto, la aproximación por defecto de $5^{\sqrt{5}}$ con tres cifras exactas es $5^{\sqrt{5}} \approx 36'5$

7. Determina todas las soluciones de los siguientes números radicales: (1 punto)

$a)\ \sqrt[4]{\frac{1}{16}} \qquad b)\ \sqrt[6]{-64} \qquad c)\ \sqrt[5]{-243} \qquad d)\ \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

Solución.

$a)\ \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \pm\frac{1}{2}$ porque $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$ y $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

$b)\ \sqrt[6]{-64}$ no existe porque no hay número real que elevado a exponente par de negativo.

$c)\ \sqrt[5]{-243} = -3$ porque $(-3)^5 = -243$

$d)\ \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = +\frac{2}{3}$ porque $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

8. Extrae todos los factores en los siguientes radicales: **(0´25+0´25 puntos)**

$$a)\ \sqrt[3]{48} \qquad b)\ \sqrt{\frac{27}{50}}$$

Solución.

$a)$ $\sqrt[3]{48} = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt[3]{6}$

$b)$ $\sqrt{\frac{27}{50}} = \sqrt{\frac{3^3}{2 \cdot 5^2}} = \sqrt{\frac{3^2 \cdot 3}{2 \cdot 5^2}} = \frac{3}{5} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}$